

Štrukturalizácia poznatkov o zlomkoch a niektoré jej špecifiká

Gabriela Pavlovičová

Lucia Vargová

Valéria Švecová

RAM-Verlag

Vzor citácie: Pavlovičová, G., Vargová, L., Švecová, V. *Štrukturalizácia poznatkov o zlomkoch a niektoré jej špecifiká*. Lüdenscheid: RAM-Verlag Germany, 2020. 180s.

Štrukturalizácia poznatkov o zlomkoch a niektoré jej špecifiká

Autori: doc. PaedDr. Gabriela Pavlovičová, PhD.

PaedDr. Lucia Vargová, PhD.

doc. PaedDr. PhDr. Valéria Švecová, PhD.

Recenzenti: prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.

doc. Mgr. Ján Mačutek, PhD.

(c) 2020 RAM-Verlag Lüdenscheid, Germany

Publikácia bola vytvorená v rámci projektu VEGA č. 1/0149/18:
Konceptualizácia pojmu zlomok vo vzťahu k osobnej potrebe štruktúry

ISBN 978-3-942303-94-1

OBSAH

PREDSLOV

ÚVOD	1
TEORETICKÁ ČASŤ	7
1 RACIONÁLNE ČÍSLA A ZLOMKY	8
1.1 Zlomky vo vyučovaní matematiky.....	10
1.1.1 Rôzne interpretácie pojmu zlomok.....	12
1.1.2 Zlomky a racionálne čísla vo vyučovaní matematiky na Slovensku.....	17
1.1.3 Spracovanie učiva o zlomkoch v učebniciach matematiky na Slovensku ..	20
2 OSOBNÁ POTREBA ŠTRUKTÚRY	31
2.1 Osobná potreba štruktúry a vzdelávanie	33
2.2 Osobná potreba štruktúry a matematika.....	36
VÝSKUMNÁ ČASŤ.....	40
3 METODOLÓGIA VÝSKUMU	41
3.1 Výskumná vzorka.....	41
3.2 Výskumné nástroje	43
3.2.1 Špeciálne zostavený test zameraný na zlomky.....	44
3.2.2 Škála PNS	52
3.3 Metódy spracovania výsledkov výskumu	53
4 VÝSKUMNÁ ČASŤ 1	59
OBSAHOVÁ ANALÝZA ŽIACKYCH RIEŠENÍ.....	59
4.1 Skúmanie porozumenia zlomku ako časti celku	59
4.2 Skúmanie porozumenia zlomku ako miere, porovnávaníu, rovnosti a sčítaniu zlomkov	68
4.3 Zhrnutie výsledkov výskumnej časti 1.....	80

5	VÝSKUMNÁ ČASŤ 2	86
	SKÚMANIE PREPOJENIA MEDZI UMIESTNENÍM ZLOMKU NA ČÍSELNEJ OSI A USPORIADANÍM, ROVNOSŤOU A SČÍTANÍM ZLOMKOV	86
5.1	Výskumné otázky	86
5.2	Výsledky výskumu a ich interpretácia	86
5.3	Zhrnutie výsledkov výskumnej časti 2.....	97
6	VÝSKUMNÁ ČASŤ 3	101
	OVERENIE PREPOJENIA MEDZI ÚROVŇOU POROZUMENIA ZLOMKOM A OSOBNOU POTREBOU ŠTRUKTÚRY	101
6.1	Výskumné otázky	101
6.2	Príprava dát a analýza chýbajúcich hodnôt.....	102
6.3	Overovanie štruktúry dotazníka PNS.....	107
6.4	Vyhodnocovanie dát týkajúcich sa testu o zlomkoch	113
6.4.1	Základné informácie o teste o zlomkoch.....	113
6.4.2	Dimenzionalita testu a vlastnosti položiek testu	115
6.4.3	Hierarchická štruktúra úrovne porozumenia zlomkom	121
6.5	Modelovanie vzťahu medzi úrovňou porozumenia zlomkom a PNS...	126
6.6	Zhrnutie výsledkov výskumnej časti 3.....	129
	ZÁVER.....	139
	Zoznam použitej literatúry	148
	Prílohy.	160
	Resumé	165
	Summary	168
	Zoznam skratiek	172
	Zoznam obrázkov	174
	Zoznam tabuliek.....	177
	Zoznam príloh	179
	O autoroch	181

Predslov

V publikácii *Štrukturalizácia poznatkov o zlomkoch a niektoré jej špecifiká* sú prezentované výsledky rozsiahleho výskumu zameraného na skúmanie porozumenia zlomkom a jeho prepojenia s psychodidaktickou premennou Osobná potreba štruktúry. Svojim zameraním sa tu spájajú dve výskumné oblasti, a síce teória vyučovania matematiky a psychológia osobnosti. Z tohto pohľadu je tento výskum v slovenskom prostredí jedinečný a začleňuje sa k prioritným oblastiam výskumu na medzinárodnej úrovni.

Porozumenie zlomkom je skúmané na troch úrovniach štrukturalizácie poznatkov stanovených na základe teoretickej analýzy vzťahov medzi procesmi a objektmi v teórii reifikácie podľa Sfard. Osobná potreba štruktúry je jednou z kognitívno – osobnostných premenných v psychológii osobnosti, ktorá má vplyv na matematické myslenie a výkon jednotlivca pri riešení matematických problémov.

Výskumné zistenia prezentované v tejto vedeckej monografii sú určené širšej odbornej verejnosti a zároveň ponúkajú nový pohľad na špecifickú oblasť vzdelávania v matematike, ktorou zlomky nepochybne sú.

Autori

ÚVOD

Matematické vedomosti môžeme definovať ako tendenciu jednotlivca v danom spoločenskom kontexte reagovať a vnímať problémové situácie a vo svojej myslí konštruovať, rekonštruovať a organizovať matematické procesy a objekty, pomocou ktorých možno danú situáciu vyriešiť (Pantziara, Philippou, 2012; Sfard, 1991).

Žiaci nadobúdajú vedomosti rôznymi spôsobmi. V procese formovania matematických poznatkov ide najmä o procedurálne alebo konceptuálne nadobúdanie vedomostí. (Dubinsky, 1991; Gray, Tall, 1994; Sfard, 1991).

Procedurálne vedomosti sa týkajú procesov, algoritmov a techník alebo procesov ich pôsobenia (Sfard, 1991; Hilbert, Lefevre, 1998; in Pantziara, Philippou, 2011). Shirvani (2016) uvádza, že procedurálne porozumenie preferujú žiaci, ktorí preferujú memorovanie matematiky pred jej skutočným porozumením.

Konceptuálne vedomosti sú definované ako vedomosti prepojené vo vzťahoch (Hiebert, Lefevre, 1986; Hallet, Nunez, Bryant, 2010; in Pantziara, Philippou, 2011).

Konceptuálne vedomosti vyjadrujú vzájomné vzťahy medzi základnými prvkami vnútri väčšej štruktúry, ktoré im umožňujú fungovať spoločne. Sfard (1991) opisuje konceptuálne vedomosti ako štrukturálne predstavy, ktoré zaobchádzajú s matematickými pojmami ako s abstraktnými objektmi, t. j. ako so statickou štruktúrou.

Podľa Sfard (1991) je ľubovoľný matematický pojem zvyčajne definovaný konceptuálne aj procedurálne. Napríklad, pri definovaní racionálnych čísel procedurálne, hovoríme o racionálnom čísle ako o výsledku delenia dvoch celých čísel. Pri konceptuálnej definícii pojmu racionálneho čísla máme na mysli dvojicu

Úvod

celých čísel, ktorá je členom špeciálne definovanej množiny usporiadaných dvojíc.

Sfardovej rámec sa od iných líši hlavne tým, že hoci uznáva ontologickú priepasť medzi procedurálnou a konceptuálnou tvorbou pojmov, tiež zdôrazňuje doplnkový charakter oboch spôsobov učenia sa, podporovaním dvojakého charakteru matematických konštruktov. Navrhuje model, v ktorom hovorí o troch významných krokoch v poznávacom procese. Ide o tri štádiá štrukturalizácie poznatkov, ktoré sú pomenované na základe teoretickej analýzy vzťahov medzi procesmi a objektmi: interiorizácia, kondenzácia, reifikácia (Sfard, 1991).

Každá oblasť matematického vzdelávania má svoje špecifiká vzhľadom na jej obsah, na matematické pojmy, ktoré musia byť pochopené na neformálnej úrovni. Nový poznatok by sa mal stať súčasťou kognitívnej štruktúry v prepojení s inými, už existujúcimi poznatkami, a táto väzba by mala byť kauzálna. Schopnosť vytvorenia kognitívnej štruktúry predstavuje, do akej miery je jednotlivec schopný vyhnúť sa informáciám, ktoré nezodpovedajú jeho už existujúcej štruktúre poznania.

Jednou z problémových oblastí v matematickom vzdelávaní sa dlhodobo javí porozumenie zlomkom a racionálnym číslam, o čom svedčia mnohé domáce i zahraničné štúdie.

Rozvoj predstáv o racionálnych číslach nie je prirodzený proces myslenia. Pojem racionálne číslo, ako existuje vo vedomostiach jedinca, pozostáva z niekoľkých súvisiacich, ale odlišných vzorcov myslenia. Tento rozvoj porozumenia je individuálny, ale tiež konsenzuálny, pretože vedomosti o racionálnych číslach sú spoločensky konštruované a overované.

English a Halford (1995) uvádzajú dva hlavné zdroje problémov pri učení sa racionálnych čísel. Prvým je potreba uvažovať súčasne nad viacerými vzťahmi. Druhým je existencia rôznych významov, ktoré možno priradiť zlomku: zlomok

Úvod

ako časť celku, miera, pomer, operátor, podiel. V prvom prípade je význam zlomku založený na vzájomnom vzťahu medzi čitateľom a menovateľom zlomku. Okrem toho sa hodnota zlomku mení vždy, keď sa zmení niektorá z týchto zložiek. Toto je v skutočnosti špecifický príklad všeobecnej zásady, podľa ktorej je zložitosť meraná rozmernosťou.

Na začiatku rozvoja predstáv o zlomkoch dieťa v skutočnosti transformuje a reorganizuje to, čo už vie prostredníctvom skúsenosti (Pitkethly, Hunting, 1996). Mnoho žiakov vníma zlomky ako izolované číslce, pričom čitateľ a menovateľ, ako samostatné entity, pracujú nezávisle (Gelman, 1991; Mack, 1990). V dôsledku toho pochopenie zlomkov u študentov často zahŕňa znalosť rutinných postupov (často nesprávne).

Poznávací proces v matematike je úzko spojený s psychodidaktickými aspektmi jeho rozvoja. Jednou z kognitívno – osobnostných premenných je Osobná potreba štruktúry. Konštrukt osobnej potreby štruktúry je teoreticky založený na predpoklade schopnosti jednotlivca redukovať neurčitost' situácie, ktorá je spojená s väčšou schopnosťou riešiť nové situácie alebo zvládať záťažové situácie.

Matematika ako vyučovací predmet je spätá s rôznymi algoritmami, pravidlami, vzorcami, atď. Práve to môže predstavovať akúsi štruktúru, ktorá napomáha študentom zorientovať sa „vo svete matematiky“, „vo svete abstraktných predstáv“. Aktuálne medzinárodné štúdie poukazujú na potrebu aplikácie nástrojov merania potreby štruktúry pri skúmaní rozvoja matematických kompetencií, čo sa javí v celoslovenskom význame ako málo preskúmaná oblasť (Švecová, 2015).

Sarmány-Schuller (2014) tvrdí, že jednotlivci s vysokou hladinou osobnej potreby štruktúry výrazne preferujú jednoduchú organizáciu informácií, menej komplexné pamäťové štruktúry a relatívne jednoduché uvažovanie, myslenie a rozhodovanie. Okrem toho aplikujú aj získané sociálne kategórie na nové situácie, sú menej

Úvod

ochotní meniť postoje pri stretnutí sa s novou informáciou, generalizujú neúspech do naučenej bezmocnosti, majú sklon k depresii a sociálne situácie aranžovať do podoby, kde je možné vyhnúť sa komplexnosti a zachovať si jednoduchú štruktúru. Prejavuje sa u nich aj zvýraznená emočná odpoveď na podnety, ktoré narúšajú adaptované schémy, aktivity, ciele a pod.

Skúmaním vzťahu medzi psychodidaktickou premennou Osobná potreba štruktúry a vybranými matematickými kompetenciami, prioritne zameranými na oblasť porozumenia zlomkom sa zaoberali štúdie Švecová (2015); Švecová, Pavlovičová (2016); Švecová, Pavlovičová, Rybanský, Klimentová (2017).

Doterajšie výskumné zistenia ukázali, že úlohy so zlomkami nepredstavujú pre študentov s vysokým skóre osobnej potreby štruktúry dostatočne štruktúrované prostredie, čo môže pre nich znamenať určitú záťažovú situáciu.

Nízka úspešnosť riešenia úloh so zlomkami v prepojení na dva subfaktory: *želanie štruktúry* (DFS) a *reakcia na chýbanie štruktúry* (RLS), môže prameniť aj z úzkosti, ktorú žiaci pociťujú z matematiky, respektíve z učiva o zlomkoch. Z toho môže prameniť aj ich tendencia zaujať postoj naučenej bezmocnosti a stratiť tak motiváciu učiť sa.

Doterajšie výskumné zistenia autorského kolektívu tejto publikácie boli východiskom pre ďalšie skúmanie, ktorého výsledky sú v nej prezentované.

Predkladaná vedecká monografia je koncipovaná v dvoch častiach: teoretickej a výskumnej. Teoretická časť pozostáva z dvoch hlavných kapitol. Prvou z nich je kapitola o zlomkoch a racionálnych číslach zameraná na rôzne interpretácie pojmu zlomok, na zlomky a racionálne čísla vo vyučovaní matematiky a spracovanie učiva o zlomkoch v učebniciach matematiky na Slovensku. Druhá kapitola pojednáva o psychodidaktickej premennej Osobná potreba štruktúry a jej vplyve na vzdelávanie všeobecne i špecificky na matematické vzdelávanie.

Úvod

Výskumná časť je rozdelená do štyroch kapitol obsahujúcich metodológiu výskumu a výskum, ktorý je rozdelený do troch samostatných častí. Tretia kapitola je vstupnou metodologickou časťou k samotnému výskumu. Obsahuje popis výskumnej vzorky a zberu dát, výskumné nástroje a metódy spracovania výsledkov výskumu s popisom jednotlivých štatistických metód. V rámci výskumných nástrojov je uvedený špeciálne vyvinutý test zameraný na zlomky prepojený na teóriu reifikácie podľa Sfard, ktorého autormi sú cyperskí výskumníci Marilena Pantziara a George Philippou. Je tu popísaný i ďalší výskumný nástroj, ktorým je sebvýpoveďová škála osobnej potreby štruktúry (PNS – Personal Need for Structure).

Štvrtá kapitola obsahuje spracovanie prvej výskumnej časti zameranej na obsahovú analýzu žiackych riešení testu na zlomky. Táto analýza je rozdelená do dvoch častí podľa rozdelenia úloh na dvoch stranách testu: skúmanie porozumenia zlomku ako časti celku a skúmanie porozumenia zlomku ako miere, porovnávaníu, rovnosti a sčítaniu zlomkov.

Piata kapitola obsahuje druhú časť výskumu zameranú na skúmanie prepojenia medzi umiestnením zlomku na číselnej osi a usporiadaním, rovnosťou a sčítaním zlomkov. V rámci skúmanej problematiky, čerpajúc zo štúdia odbornej literatúry a výsledkov mnohých výskumov, sú overované tri výskumné otázky. Prvá je zameraná na existenciu prepojenia medzi umiestnením zlomku na číselnej osi a vedomosťami a zručnosťami s porovnávaním a rovnosťou zlomkov. Druhá otázka sa zameriava na existenciu prepojenia medzi schopnosťou umiestniť zlomok na číselnej osi a sčítaním zlomkov. Tretia výskumná otázka pojednáva o existencii prepojenia medzi správnymi aj nesprávnymi riešeniami jednotlivých úloh v teste.

Šiesta kapitola obsahuje tretiu časť výskumu zameranú na overenie prepojenia medzi úrovňou porozumenia zlomkom a osobnou potrebou štruktúry. V rámci tejto časti je stanovených sedem výskumných otázok, na zodpovedanie ktorých

Úvod

nadväzujú nasledujúce podkapitoly. Tie sa zameriavajú na prípravu dát a analýzu chýbajúcich hodnôt, overovanie štruktúry dotazníka PNS, vyhodnocovanie dát týkajúcich sa testu o zlomkoch, overovanie jednodimenzionality testu o zlomkoch spolu s odhadom parametrov položiek tohto testu, skúmaním možnej hierarchickej štruktúry porozumenia zlomkom a na verifikáciu vzťahu medzi úrovňou porozumenia zlomkom a subdimenziami PNS.

V závere publikácie sú zhrnuté všetky výskumné zistenia vo forme odpovedí na stanovené výskumné otázky.